

# Leonardo e la Gioconda: un rebus matematico.

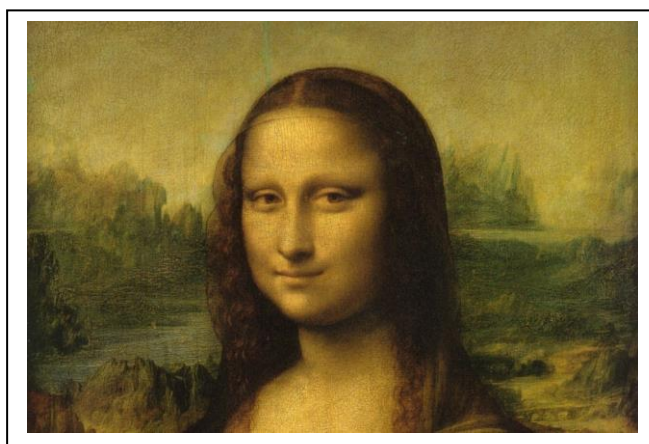
Categoria: [Il Rinascimento oggi](#)

Pubblicato 26 Maggio 2015

di Walter Cardellini

**Un problema, tra i tanti, relativo alla Gioconda sta nelle misure della tavola di pioppo su cui è dipinta; e successivamente è lecito chiedersi se in quelle misure sia nascosto un qualche significato, vista la natura in parte simbolica in parte giocosa ed enigmatica di molte scelte leonardesche.**

La *Gioconda* di Leonardo da Vinci è senza dubbio una tra le opere d'arte più indagate ed ammirate al mondo. Nonostante ciò, un'impalpabile nebbiolina che profuma di mistero continua ad ostacolare la piena comprensione di questo dipinto. Alcuni anni fa, sul quotidiano «Il Tirreno» (uno dei giornali più diffusi in Toscana), fece comparsa un articolo dal titolo piuttosto intrigante: *“Nelle misure della Gioconda nascosto un altro mistero. Indicano l'anno di nascita di Leonardo. La scoperta di un ingegnere della Garfagnana”*.<sup>1</sup> (Fig. 1)



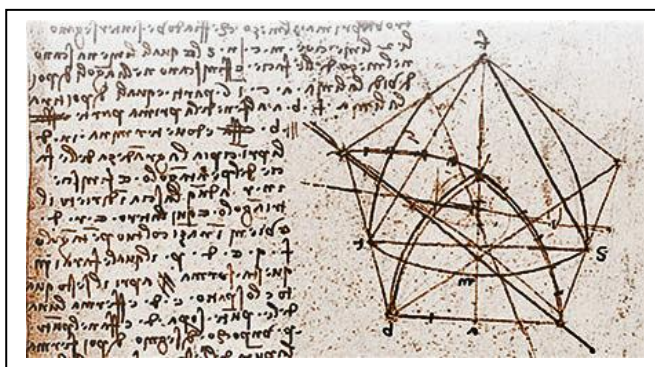
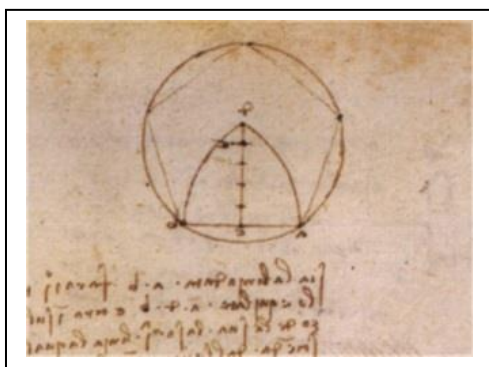
Autore della presunta scoperta è Pietropaolo Pighini, di Castiglione di Garfagnana (LU). L'articolista Luca Dini, così racconta l'insolita esperienza: “...Per trovarsi di fronte a quanto portato a conoscenza da Pighini, basta utilizzare una calcolatrice: bisogna effettuare la divisione tra le dimensioni della Gioconda ovvero 77 diviso 53, ed ecco che il risultato 1,452, fermandosi ai primi tre decimali, corrisponde alla data di nascita di Leonardo, proprio l'anno 1452. Banalità? Coincidenza? Qualcosa che gli studiosi hanno già notato? Difficile da credere...”. Lo stesso Pighini si dice desideroso di sapere se “qualcuno”, abbia “...già notato questo risultato...”. Si fa inoltre presente nell'articolo: “...del risultato matematico scoperto da Pighini non si trova traccia né sui libri di storia dell'arte né sui vari siti web dedicati a Leonardo e alla Gioconda...”. Dalle parole di Pighini si apprende che la scoperta del fatidico numero 1,452 avvenne nell'ambito di una ricerca universitaria, finalizzata al superamento di un esame di ingegneria civile che “...trattava delle proporzioni del corpo umano ed in particolare, della sezione aurea ovvero di un numero ricorrente in natura.”. L'*Uomo vitruviano* di Leonardo entrò di diritto a far parte di tale percorso. Aggiunge ancora Pighini: “...Da lì il passo fu breve visto che la Gioconda mi ha sempre affascinato e cercai quel numero nel sorriso di Monna Lisa...”. Ed ecco arrivare l'inatteso appuntamento con la proporzione tra le dimensioni del celebre dipinto con quel “...numero che coincide con l'anno di nascita di Leonardo.”. L'articolo si chiude con la seguente affermazione del giovane ingegnere: “Tra le tante storie legate alla Monna Lisa, c'è anche chi sostiene che la Gioconda sia un autoritratto di Leonardo e chissà, magari la mia scoperta avvalora questa tesi. Di certo non mi stupirei se il legame da me trovato fosse voluto da Leonardo, visto l'aura di mistero che circonda il dipinto e la grandezza del personaggio.”.

La *Gioconda*, o *Monna Lisa* come usano chiamarla gli inglesi, ha fatto versare i proverbiali fiumi d'inchiostro e sul suo conto se ne sono dette e scritte di tutti i colori. In verità siamo ancora ben lungi dal comprendere fino in fondo il significato di quell'enigmatico sorriso. Ignoriamo anche il motivo per cui Leonardo da Vinci

non si separò mai da questo suo capolavoro che, già all'epoca, era ritenuto di primaria importanza. Solo su un aspetto pare ci siano pareri concordi: la *Gioconda* è da considerarsi una sorta di “summa” dell’arte di questo geniale artista, un dipinto dal forte fascino che potremmo senza dubbio definire “lo specchio dell’anima di Leonardo”. Ma è inutile dilungarsi in anacronistici, ripetitivi commenti sul celebre dipinto ospitato al Louvre.

Sappiamo che il geniale artista fiorentino amava esplorare tutti gli aspetti dello scibile umano e ciò che faceva, poggiava sempre su solide basi scientifiche. Niente da lui era lasciato al caso. Tra i suoi molteplici interessi trovavano spazio anche gli enigmi, i giochi di parole, gli anagrammi, i rebus (fogli 12692, 12694-12697 e 12699, Royal Library, Windsor), per questo l’ipotesi di un eventuale legame nascosto tra Leonardo e la sua opera più famosa, potrebbe risultare credibile. Ciò ovviamente non significa accettare per buona la tesi che la *Gioconda* sia in realtà un vero e proprio autoritratto al femminile di Leonardo, nel senso classico del termine.

La notizia della scoperta di Pighini divulgata dalla stampa, suscita a suo modo una sottile curiosità alla quale è difficile sottrarsi. In particolare si resta colpiti dalla sconcertante semplicità con la quale si è pervenuti a quella sequenza numerica, che coincide con l’anno di nascita di Leonardo. C’è poi da dire che l’articolo, a distanza di anni dalla pubblicazione, non permette di conoscere gli eventuali sviluppi apportati nel tempo alla ricerca, ammesso ve ne siano stati. Nessuna significativa reazione neppure da parte di qualche critico dell’arte. Gli esperti, si sa, preferiscono mantenere un comprensibile riserbo su argomenti dall’aspetto un po’ bizzarro come può apparire il presente caso. Lo strano silenzio doveva quanto meno far insorgere nei lettori qualche dubbio. Ci siamo dunque presi la libertà di fare alcuni accertamenti supplementari. Senza discostarci dal metodo introdotto da Pighini, abbiamo provato ad effettuare il rapporto inverso tra le dimensioni del dipinto, dividendo la misura del lato minore (53 cm.) per quella del lato maggiore (77 cm.). La semplice operazione (53/77) ha portato ad un altro singolare risultato. Non un numero qualsiasi, ma un dato ben noto ai matematici: **0,688(311688...)** ossia, fermandoci ai primi tre decimali, il “numero fisso” del pentagono regolare!<sup>2</sup> (Figg. 2, 3)



L’idea di Pighini che Leonardo possa aver stabilito una sorta di implicito legame segreto tra la propria persona e il dipinto della *Gioconda*, alla luce del nuovo numero individuato con quel particolare significato, pare uscirne rafforzata. Siamo dunque al cospetto di una metaforica firma dell’artista affidata ai numeri e al significato simbolico di una particolare figura geometrica? Ipotesi davvero suggestiva ma, come avremo modo di appurare, soggetta ad alcuni importanti elementi di criticità. Cosa dire... difficile pensare che il caso possa aver sparato due colpi andando entrambe le volte a segno. C’è poi lo stupore per la strana compresenza dei due numeri emersi dal rapporto tra le misure dei lati ed il loro ipotetico significato. L’esperienza tuttavia insegna che la casualità ama spesso giocare con i numeri e come sottolinea Claudio A. Barzaghi, esperto in cose dell’arte: “...Bisogna adottare un po’ di prudenza nei confronti di un vecchio problema che assilla l’uomo (sempre alla ricerca di un disegno che tutto spieghi e tutto contenga): il senso della vita e le magiche corrispondenze numerologiche...”, aggiungendo però: “...Quando c’è di mezzo Leonardo e la speculazione sulla geometria, tutto può risultare credibile, a dimostrarlo basterebbe il suo rapporto con Pacioli e i vari riferimenti nei suoi scritti in tal senso.”. Restando in tema, Tyler Vigen nel suo blog eponimo (tylervigen.com), dimostra che si può anche giocare con le relazioni tra eventi privi di nesso “...mostrando come talvolta la correlazione matematica sia impressionante ancorchè priva di senso logico.”.<sup>3</sup> (Fig. 4)



pizzico di salutare scetticismo invita dunque a guardare la realtà senza dare mai niente per scontato: della serie... anche le cose semplici possono talvolta nascondere trabocchetti. Così è stato. Abbiamo dovuto prendere atto di un primo importante problema: Leonardo per forza di cose non poteva conoscere i centimetri. Qualunque unità di misura ci fosse poi dietro alla Gioconda, questa non era rapportabile nei computi a un sistema decimale. E qui si apre una questione piuttosto complessa, legata non solo al tipo di unità di misura adottata dall'artista, ma anche ad aspetti di carattere puramente matematico. Meglio procedere per gradi. L'articolo chiama in causa le "misure" della Gioconda citando i noti numeri 77 e 53. Anche se non esplicitato dal testo, queste misure sono espresse in centimetri ed è qui che si annida l'insidia: i centimetri non sono affatto compatibili con le vecchie misure adottate nella Firenze del '500. L'attuale sistema di misura lineare metrico decimale (metri, decimetri, centimetri, ecc.) è stato infatti introdotto al tempo della Rivoluzione francese nell'anno 1799. Un ostacolo difficile da superare che potrebbe inficiare persino la relazione numerica tra le misure dell'opera d'arte e lo stesso dato 1,452 interpretato come l'anno di nascita di Leonardo. Nella cultura rinascimentale andava per la maggiore la cosiddetta aritmetica commerciale, legata essenzialmente alle esigenze dell'economia che si basava in genere su cose pratiche (baratto, scambio di valuta, ecc.). Al centro di tutto questo c'era lo studio della proporzione, di solito affrontata con la cosiddetta "Regola del Tre", nota anche come Regola aurea o Chiave del Mercante. Questa regola esprime una particolare proporzione geometrica, usata in un caso anche da Leonardo per risolvere un problema relativo ai pesi da posizionare su una bilancia. Per i calcoli ci si basava dunque sui rapporti proporzionali: "il primo termine stia al terzo come il secondo sta al quarto; il primo termine stia al secondo come il terzo sta al quarto e se si moltiplica il primo termine per il quarto, il prodotto sarà uguale a quello del secondo per il terzo".<sup>4</sup> In buona sostanza, tutto si riconduceva alla formula A sta a B come B sta a C. Certe regole proporzionali, perfettamente funzionali al commercio, finivano per essere applicate in vari modi anche in architettura, musica e pittura (è il caso di Piero della Francesca) e ciò evidenzia che su questo aspetto c'era di fatto una stretta interazione tra le diverse anime di quei mondi. Nel Rinascimento ogni città aveva le proprie unità di misura e il più grande disordine imperava in questo campo. Nonostante ciò, esistevano metodi ingegnosi e funzionali, talvolta personalizzati, che aiutavano a svolgere agevolmente le complesse operazioni di calcolo. A quei tempi non si misurava certo in metri o in centimetri come si fa ai nostri giorni, per il semplice fatto che l'attuale sistema di misura metrico decimale ancora non esisteva. Si misurava in "braccia" o "canne". Nel Granducato di Toscana ad esempio, esistevano ben 19 tipi di braccia di diversa lunghezza. Era pertanto necessario conoscere bene, non solo le misure assolute, ma anche le proporzioni relative, onde facilitare i ragguagli tra unità di misura diverse. Lo stesso "braccio fiorentino", unità di misura lineare in uso nella Firenze di Leonardo, aveva un valore oscillante: veniva usato sia per le misurazioni a terra che per la stoffa, il cosiddetto "braccio a panno".

Grazie alla tabella di conversione metrica tra antiche e nuove misure (ne citiamo solo alcune), sappiamo che il braccio fiorentino corrispondeva all'incirca ai nostri 0,5836 metri, era suddiviso in 20 soldi ed aveva sottomultipli in dodicesimi, essendo il soldo (2,9181 cm.) suddivisibile in 12 denari e il denaro (0,2432 cm.) in 12 punti (ciascun punto corrisponde a 0,0203 cm.). Quattro denari facevano 1 quattrino (0,9727 cm.). C'erano poi le frazioni di braccio, del tipo 1 braccio e 1/4 (equiparato ai nostri 72,9532 cm.), 3/4 di braccio

uguale a 15 soldi (corrispondente agli odierni 43,7718 cm.)... e così via dicendo. Dall'intricato guazzabuglio si capisce che è impossibile risalire all'esatto tipo di scrittura delle vecchie misure assegnate alla *Gioconda*, espresse in braccia fiorentine o suoi sottomultipli. C'è anche chi ipotizza sul fatto che la tavola di legno sia stata realizzata da un bravo falegname nelle massime dimensioni possibili, senza precisi vincoli dimensionali imposti dall'artista committente, ma tutto può essere... Riassumendo, non è tanto la proporzione tra i valori 77 e 53 ad essere messa in discussione quanto il modo con cui queste misure vengono scritte.<sup>5</sup> Per chiarire meglio il concetto, pensiamo a come lavorano gli inglesi che usano frazioni in dodicesimi: 77 cm. corrispondono a 2 piedi e 7 pollici +  $\frac{3}{8}$  di pollice; 53 cm. corrispondono a 1 piede e 8 pollici +  $\frac{7}{8}$  di pollice. La divisione tra i due numeri porta in questo caso a 1,455 invece che a 1,452 e per giungere al risultato "giusto", occorre restringere fortemente le frazioni di pollice. Da sistemi di misura diversi a confronto si possono dunque ottenere risultati diversi. Ciò è dovuto solamente agli inevitabili errori che si hanno quando si passa da un sistema di misura ad un altro. L'errore, per quanto piccolo, va comunque ad influire sulla terza cifra decimale e la cosa, nel caso specifico, può assumere un preciso significato. In ambito matematico, fisicamente parlando, ha poco senso considerare l'errore che ricade sulla terza cifra decimale ottenuta dal rapporto tra due numeri interi; l'eventuale errore riferito all'unità di misura adottata (il centimetro), è di gran lunga superiore al significato del terzo valore posto dopo la virgola. Se consideriamo come misura di riferimento i numeri interi in centimetri, l'errore è stimato attorno al decimo di centimetro, mentre per la terza cifra decimale, è dell'ordine del millesimo di centimetro. La cosa ha invece senso se Leonardo voleva effettivamente nascondere qualcosa nelle dimensioni del dipinto.<sup>6</sup>

Dobbiamo dedurre che la strada delle cifre non sembra essere quella più percorribile, anche se oggi, grazie alle tabelle di conversione metrica, è possibile determinare con una certa precisione la giusta corrispondenza tra le dimensioni del dipinto espresse in centimetri e quelle antiche, rapportate alle braccia fiorentine: 77 cm. corrispondono a 1,3193 braccia e 53 cm. a 0,9081 braccia. Va anche detto che all'epoca, il segno della virgola che separa le unità dai decimali non esisteva: per evidenziare la divisione di un numero intero per una potenza di 10 (una sorta della nostra virgola ante litteram) si usava inserire un punto (segno introdotto nel 1492 da Francesco Pellos nel suo *Compendio de lo abaco*). Filippo Brunelleschi aveva ideato *moduli* corrispondenti a numeri interi, espressi in braccia fiorentine, da cui ricavava multipli e sottomultipli da usare per le proporzioni sulle quali impostare la costruzione dei suoi edifici. Probabilmente altri artisti dopo di lui hanno adottato moduli personalizzati riconducibili a numeri interi da utilizzare per i loro scopi. Come è facile intuire, il braccio fiorentino con la sua complessa struttura, mal si adattava nel computo a certi valori numerici. L'ago della bilancia pare spostarsi decisamente a favore del lavoro sui rapporti geometrici, assai più appropriati nella determinazione del valore da assegnare alle radici ed ai segmenti ad esse riconducibili (ad esempio, se volessimo scrivere la radice di 2 non avremmo spazio perché è un numero irrazionale, ma potremmo disegnarla perfettamente tracciando su un foglio la diagonale di un quadrato di lato 1, quindi in geometria esiste un segmento che vale esattamente la radice di 2).

Tornando ai contenuti dell'articolo, abbiamo detto che le misure della *Gioconda* sono espresse in centimetri. A prescindere dal problema della loro scrittura, occorre anche partire dal presupposto che tali lunghezze (77 cm. x 53 cm.) siano davvero quelle giuste. Le numerose fonti fin qui consultate sembrano confermare questa realtà: testi di autorevoli leonardisti,<sup>7</sup> persino il sito ufficiale del Museo del Louvre. Non dovremmo dunque aver motivo per dubitare dei dati fin qui divulgati. Poniamo la questione perché alcuni importanti studi attinenti alla *Gioconda*, hanno evidenziato misure leggermente diverse (79,4 cm. x 53,4 cm.) rispetto a quelle conosciute. Voci fuori dal coro che meritano di essere prese in considerazione. E' il caso di un'équipe di tecnici appartenenti ad un laboratorio super tecnologico canadese i quali, in collaborazione con il Louvre, hanno realizzato scansioni in 3D della celebre tavola.<sup>8</sup> I valori rilevati nel corso di tali accertamenti corrispondono alle misure riportate nel libro "*Au coeur de la Joconde*" (Gallimard, 2006, edito dal Museo del Louvre) che indicano appunto 79,4 cm. x 53,4 cm.. E' verosimile ipotizzare che la discordanza riscontrata, dipenda dal piccolo scarto esistente tra le effettive dimensioni della superficie dipinta e quelle della tavola di pioppo tenero italiano (spessore 1,4 cm.) che ospita il ritratto. Riteniamo comunque corretta la scelta di trascurare le misure della tavola per attenersi esclusivamente a quelle della superficie dipinta che, lo ricordiamo, corrispondono ufficialmente a 77 cm. x 53 cm.. Per quanto riguarda la compresenza dei numeri 1,452 e 0,688, si rende necessario chiarire altri aspetti. In base ai moderni criteri di calcolo adottati dai matematici e fisici emergono alcune incongruenze: l'approssimazione del rapporto



77/53 non porta esattamente al risultato evidenziato nell'articolo, cioè al numero 1,452(830188...), ma al numero 1,453. Il motivo? Presto detto: ciò accade perché il primo numero che segue la terza cifra decimale (1,452830188) è un 8; essendo 8 un numero superiore a 5, la differenza relativa che lo separa dal numero 2 che lo precede, è di ben otto "posizioni" (se ci è concesso il termine). Solo due posizioni lo separano invece (per difetto) dal numero 3, corrispondente alla terza cifra decimale del numero 1,453. Si può dunque affermare che accettare per buono il numero 1,452, è solo una sorta di "forzatura" che fa di questo dato un "numero troncato" in quanto sottrae il giusto ruolo al numero 1,453, quello per così dire... "matematicamente più corretto". I problemi non sono ancora finiti. C'è qualcosa che riguarda anche il numero 0,688, da noi accostato idealmente al "numero fisso" del pentagono. Ricondurre questo numero al rapporto tra le due lunghezze 53 e 77 non è un'operazione corretta. Ciò dipende dal fatto che il risultato di questo rapporto tra numeri interi è un numero "razionale" che, per sua natura, può dare solo un valore approssimato rispetto a quello reale. Il vero "numero fisso" del pentagono è invece un numero "irrazionale" (significa che non può essere scritto come una frazione tra due numeri interi diversi da 0 e neppure racchiudibile in un'espressione decimale finita), definibile correttamente solo tramite il gerontico calcolo algebrico, basato sul rapporto tra la lunghezza dell'apotema "a" e quella del lato "s". (Fig. 5)

$$nf = \frac{a}{s} = \frac{r \frac{1+\sqrt{5}}{4}}{r \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{1}{4}} \simeq 0,6881909602$$

E' pur vero che il numero 0,688 (restando alle prime tre cifre decimali) risulta invariato rispetto a quello ottenuto dall'improprio rapporto tra numeri interi (53/77=0,688311688...) ma, come si evince dalla suddetta formula, dalla quarta cifra decimale compresa in poi, i valori non corrispondono più. Le comuni tabelle riepilogative riferite ai rapporti tra le varie lunghezze del pentagono, riportano che la misura di un lato è all'incirca 1,453085056 (assai vicina al numero 1,452830188, ma non uguale) volte maggiore dell'apotema, mentre questa è data dal lato moltiplicato per 0,6881909602, il "numero fisso" calcolato per via algebrica. Negli schizzi ed appunti vinciani figurano tracce di studi sui numeri irrazionali. Di sicuro Leonardo aveva ben presenti le singolari proprietà di questi strani numeri scaturiti dal rapporto fra grandezze tra loro incommensurabili, come raggio e circonferenza del cerchio, lato e diagonale del quadrato. La loro scoperta affonda le radici nella leggenda e pare sia riconducibile a un certo Ippaso da Metaponto, membro della Scuola Pitagorica. L'audace matematico pagò prima con l'espulsione dalla setta, poi con la stessa vita, l'aver osato infrangere le rigide regole che vietavano tassativamente di rivelare al mondo l'esistenza dei numeri irrazionali. Si narra che tali numeri minassero alla base le granitiche convinzioni di questa arcaica comunità filosofica, basate sui soli numeri razionali. Lo stesso concetto di infinito della filosofia greca rischiava per essere demolito da tale rivelazione. Michael Stifel (1487-1567), monaco e matematico tedesco, nella sua *Arithmetica integra* (1544) ha così descritto i numeri irrazionali: "...Poiché nel dimostrare le figure geometriche, quando i numeri razionali non ci bastano i numeri irrazionali prendono il loro posto e dimostrano esattamente quelle cose che i numeri razionali non potrebbero dimostrare..." ed inoltre "...come un numero infinito non è un numero, così un numero irrazionale non è un vero numero, ma qualcosa di nascosto in una specie di nuvola d'infinito". A tal proposito qualcuno potrebbe chiedersi: «Stiamo forse costruendo un castello in aria che poggia... su una "nuvola d'infinito"?» La risposta... «Dipende dai punti di vista» potrebbe apparire scontata, forse un po' banale, ma in realtà non lo è. Cercheremo di dimostrare che a prescindere dalle apparenze, è possibile impostare ugualmente una seria analisi del problema. Per superare le "forche caudine" imposte delle rigide regole matematiche, l'intera questione potrebbe essere ricondotta all'ambito che forse più le si addice: una sorta di ipotetico "gioco leonardesco" la cui ragione d'essere, sta proprio nel calcolato compromesso tra i "lacci matematici" e certe esigenze soggettive per le quali, l'artista, potrebbe in teoria aver deciso di prendersi qualche piccola libertà d'azione aggirando alcune regole o giocando un po' sui rapporti geometrici per adattare la cosa alle sue necessità. Poniamo intanto una questione: Leonardo conosceva la

relazione esistente tra i numeri **1,452** e **0,688** ancor prima di decidere quali dimensioni assegnare al suo dipinto? Probabilmente si era accorto che il dato del proprio anno di nascita (1452), per qualche strana ragione dovuta al caso o al destino che dir si voglia (o altra causa a noi sconosciuta), se diviso per mille dava per risultato 1,452. Dividendo l'unità per 1,452 si ottiene il numero 0,688. La cosa potrebbe aver sorpreso non poco il nostro illustre personaggio, se non altro per l'inattesa opportunità ludica che questa circostanza poteva offrirgli. (Figg. 6, 7)

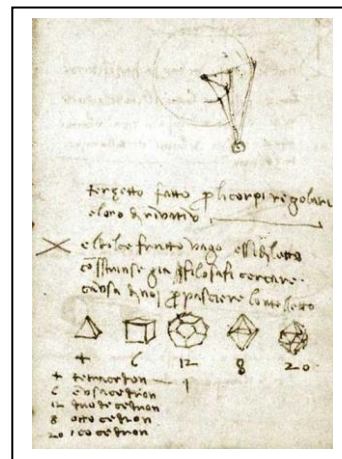
$$a = s \sqrt{\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{1}{4}}$$

$$\simeq 0,688190960 s$$

$$s = a \sqrt{20 - 8 \sqrt{5}}$$

$$\simeq 1,453085056 a$$

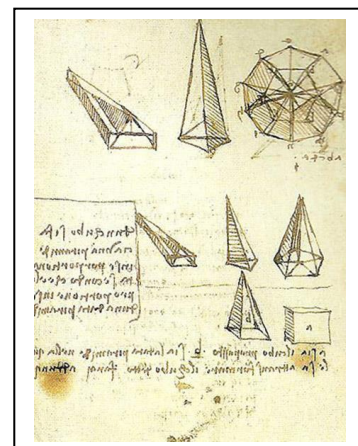
Non è tutto. E' plausibilissimo supporre che durante i suoi attenti studi sul pentagono, osservando i rapporti esistenti tra le lunghezze in base a ciascuno degli stessi elementi lineari, l'artista abbia constatato che i numeri 1,453 e 0,688 interagivano rispettivamente con l'apotema ed il lato del poligono. Come si evince dalle formule qui evidenziate, basta assegnare un certo valore ad una delle due lunghezze (apotema o lato indifferentemente), moltiplicare per il numero ad esse abbinato, per trovare la misura dell'altra. Se per ipotesi la lunghezza dell'apotema fosse di un braccio fiorentino, moltiplicando questa per il numero 1,453085056 si otterrebbe la misura del lato. Dato che il braccio fiorentino corrisponde ai nostri 58,36 cm., il lato sarebbe lungo esattamente 84,802 cm.. Dunque, basta equiparare l'apotema e il lato del nostro pentagono rispettivamente ai lati minore e maggiore del dipinto della *Gioconda*, per avere a portata di mano i valori da assegnare alle sue dimensioni, senza alterare il rapporto proporzionale stabilito. Leonardo potrebbe dunque aver sfruttato la larghezza massima della tavola disponibile presso il falegname, adattando poi la lunghezza della stessa in base alle proprie esigenze nel rispetto delle proporzioni che portano "simbolicamente" ai risultati numerici osservati riferiti al suo anno di nascita (sfiorato per pochi millesimi dal numero 1,453) e al "numero fisso" 0,688 del pentagono. (Figg. 8, 9)



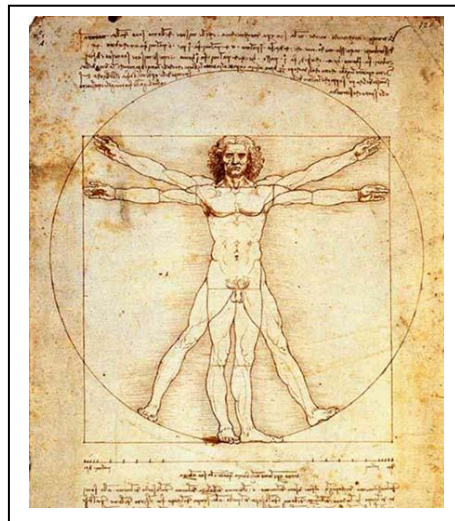
Ma in realtà, cosa era la matematica per Leonardo? Proviamo a dare un breve sguardo alle sue attitudini nei confronti di questa affascinante ma complessa materia. Per Leonardo le regole matematiche ordinavano il comportamento di tutti i fenomeni naturali oggetto dei suoi studi (moto, acqua, luce, ecc.). Non era certo un matematico teorico e si definiva "omo senza lettere" (*Codice Atlantico* f. 119 v.), ragion per cui non era neppure in grado di tradurre agevolmente i testi scritti in greco e latino, mancandogli un'adeguata istruzione classica. Forse anche per questo l'artista non raggiunse mai livelli di vera eccellenza nel difficile ambito degli studi matematici, pur essendo stato uno dei primi studiosi rinascimentali ad

occuparsi dell'aurea geometria greca. Da alcuni suoi appunti (*Codice Leicester*-foglio 21 v. e foglio 10 v., *Codice Atlantico*-foglio 191 v. e foglio 665 r.) si evince che aveva poca familiarità con l'aritmetica elementare, in particolare per i calcoli con le frazioni. Sbagliava di tanto in tanto anche le semplici addizioni, forse per pura distrazione. Leonardo a quanto pare aveva più familiarità con la geometria e i rapporti proporzionali. Tra i molteplici interessi maturati in questo campo, si era dedicato alla teoria delle "lunule" (figure geometriche a forma di falce di luna), alla duplicazione del cubo e alla tanto cercata e mai trovata (in quanto impossibile da calcolare) quadratura del cerchio, problema per eccellenza della geometria classica. In compenso l'artista riusciva sempre a superare certe sue carenze con estemporanee, brillanti intuizioni. Data la scarsa confidenza con il latino, non esitò ad acquistare una copia dell'opera enciclopedica scritta da Pacioli in lingua non latina, la *Summa de aritmetica, geometria, proporzioni et proporzionalità*. Possiamo aggiungere che per Leonardo, la risoluzione dei problemi geometrici doveva aver assunto un'importanza davvero preminente se, per uno di essi, aveva registrato persino la data e l'ora nella quale credeva di aver concluso le proprie fatiche, cosa che ad esempio non faceva per le committenze dei suoi più importanti capolavori. "Nessuna umana investigazione si può dimandare vera scienza, s'essa non passa per le matematiche dimostrazioni", cita Leonardo nel *Trattato della pittura* (pubblicato postumo). Verso la fine del '400, nella mente dell'artista già si rafforzava l'idea di una natura "matematizzabile", tenendo conto che all'epoca estetica e scienza si intersecavano, non essendo ancora ben definita la separazione dei "saperi" come invece accade nella moderna cultura.

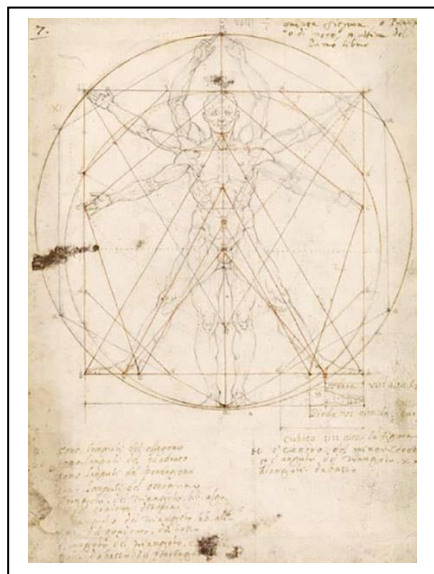
Resta ora da affrontare la delicata questione dell'implicito richiamo fatto da Leonardo alla figura del pentagono, in virtù del numero 0,688 che a nostro avviso ne evoca a viva voce la presenza. Per farlo, occorre necessariamente sbirciare su tutto ciò che ruota attorno a questo particolare poligono a cinque lati, entrato come una meteora nel nostro campo gravitazionale con il suo sciame di dubbi, ma anche di possibili elementi utili. Perché la scelta di Leonardo è caduta proprio sulla figura del pentagono e non su un altro poligono qualsiasi? Forse per il fatto che il pentagono è l'unico poligono che pare poter interagire in qualche modo con il dato del suo anno di nascita. Più probabilmente aveva un legame affettivo o interesse particolare con questa figura geometrica ai quali non poteva rinunciare. Ovviamente vanno prese in considerazione altre ipotesi alternative seppur speculative, cercando nei misteriosi, reconditi anfratti della simbologia. Prendiamo ad esempio il numero dei lati del pentagono: sappiamo che i pitagorici tenevano in grande considerazione il numero cinque, da essi considerato simbolo dell'amore e del matrimonio. Peculiarità riconducibili (con riserva) alla dama ritratta, tenendo conto dei risultati di alcuni accertamenti radiografici tridimensionali (eseguiti anch'essi dal CNRC-Centro nazionale delle ricerche canadese) che hanno rivelato, sul corpo della *Gioconda*, la presenza di un fine velo di mussolina, indumento che all'epoca era indossato da donne incinte o che avevano da poco partorito. Va però ricordato che il dipinto originario è stato sottoposto a un lungo processo di elaborazione da parte dello stesso Leonardo che lo ha trasformato, nel tempo, in una sorta di "ritratto idealizzato", di aspetto assai diverso da quello originario (basta osservare l'analisi radiografica del dipinto). C'è inoltre da dire che il pentagono, con le sue particolari proprietà geometriche legate alle auree proporzioni, ha di sicuro esercitato una forte attrattiva su Leonardo, artista concreto, osservatore profondo ma al contempo trascendente. Questo suo forte interesse per i poligoni è comprovato da alcuni disegni di geometria solida presenti nel *Codice Atlantico* e nel *Codice Forster*. (Figg. 10, 11)



All'epoca in cui cominciò a lavorare alla *Gioconda*, favorito dalle frequentazioni con l'amico Luca Pacioli, matematico ed economista di spicco, Leonardo aveva già maturato il suo grande amore per due campi di studio fondamentali: la matematica e la geometria. Un sodalizio estetico-matematico tra i due illustri personaggi che favorì la ripresa degli studi sui poligoni regolari, la dottrina delle proporzioni, la successione numerica di Fibonacci nonché della "proporzione aurea", concetto quest'ultimo di bellezza ed armonia, magistralmente interpretato da alcuni artisti e tradotto sotto forma di raffigurazioni altamente evocative. Tra queste citiamo il celeberrimo *Uomo vitruviano* (disegno a matita e inchiostro su carta), abile progetto leonardiano di antropometria ed esempio di costruzione geometrica, riconducibile ai principi teorici della sezione aurea, come attestato dai "dodici buchi creati dalla punta del compasso, soltanto là dove Leonardo veva puntato per costruire il cerchio e il quadrato secondo i modi della sezione aurea".<sup>9</sup> (Fig. 12)



"Non mi legga chi non è matematico nelli mia principi" scriveva Leonardo nel *Libro di pittura* (IV, f, 14r). A mezza strada tra arte e scienza, con evidenti finalità cosmologiche, questo disegno ancora non del tutto interpretato nei suoi molteplici aspetti, mette bene in risalto le perfette forme del cerchio e del quadrato, ma non include la figura del pentagono, nonostante questo poligono compaia più volte nei numerosi disegni e appunti leonardiani. Ci viene indirettamente in aiuto un disegno attribuito a Carlo Urbino (c. 1510/20-1585) eseguito attorno alla seconda metà del '500 (facente parte del "*Codex Huygens*" a New York) ed ispirato, con probabilità, al perduto *Trattato del moto azionale* di Leonardo. (Fig. 13)



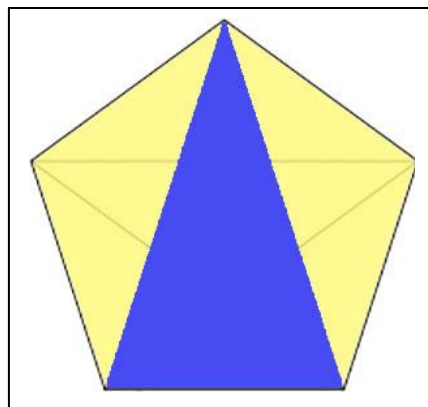


Appuntando l'attenzione su questo ulteriore, prezioso studio antropo-geometrico, traspare subito la forte somiglianza con l'*Uomo vitruviano* di mano leonardesca. Nella complicata trama di figure geometriche e rette che affollano lo spazio racchiuso dal cerchio esterno: triangoli, un esagono, un ottagono, un quadrato, un cerchio di minor diametro (tangente in un punto con la circonferenza esterna), non è difficile notare la presenza di un pentagono i cui vertici coincidono con i quattro lati del quadrato nel quale è inscritto. La figura di nudo maschile (colto nelle varie posizioni assegnate agli arti superiori ed inferiori del corpo) inserita in questo complesso schema di forme geometriche, anche di tipo pentagonale, presenta le seguenti peculiarità: la sommità della testa dell'uomo coincide con la punta superiore del pentagono, le dita delle mani (data la posizione delle braccia aperte, leggermente inclinate verso il basso) combaciano con i vertici laterali, i talloni dei piedi (nella variante delle gambe in posizione divaricata) con i vertici inferiori. Frank Zöllner, esperto leonardista, ritiene che Carlo Urbino possa effettivamente aver copiato da Leonardo, in merito a certi disegni di non ben precisate proiezioni geometriche sui movimenti del corpo umano. Forse si tratta proprio di quelli appartenenti al suddetto *Trattato*.

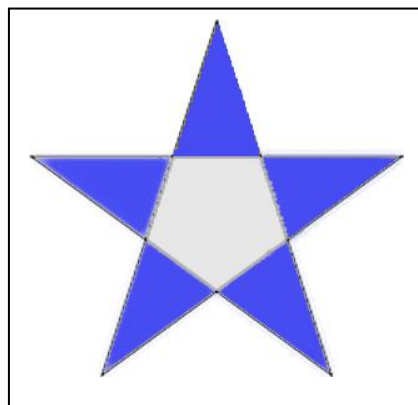
Il "rebus matematico" di cui ci stiamo occupando, oltre a quanto già visto, apre la strada ad ulteriori, se vogliamo stravaganti ipotesi. Il pentagono regolare presenta una particolare proprietà: il rapporto tra apotema e lato è una costante che prende il nome di "numero fisso" ( $n.f. = \text{apotema} / \text{lato}$ ), da cui le formule inverse ( $\text{apotema} = \text{lato} \times n.f.$ ) e ( $\text{lato} = \text{apotema} / n.f.$ ). In riferimento a tali formule, le misure del lato maggiore e minore della *Gioconda* possono essere ricondotte rispettivamente al lato e all'apotema di un ipotetico pentagono regolare (l'apotema coincide anche alla lunghezza del raggio di un cerchio inscritto nel poligono stesso). Prende dunque forma l'idea di un metaforico legame tra il dipinto vero e proprio e un mondo ad esso parallelo fatto di numeri, figure geometriche ed auree proporzioni che, da quanto si apprende, affascinavano Leonardo a tal punto da renderlo (come scrisse nel 1501 Pietro da Novellara a Isabella d'Este, marchesa di Mantova), "*impacientissimo al pennello*". Una nuova chiave di lettura tra le molte già esistenti sta forse bussando alla porta? Per adesso ci basta formulare un allusivo invito ad osservare la *Gioconda* con occhio diverso, considerando mentalmente l'equilibrata armonia che pare instaurarsi tra la straordinaria espressione del volto della dama ritratta e l'aurea bellezza racchiusa nella figura del pentagono con tutti i suoi significati allusivi. Del resto fin dall'antichità la figura del pentagono è stata strettamente legata al concetto di "rapporto aureo" che molti artisti rinascimentali, seguendo una tradizione ripresa da Vitruvio, utilizzarono negli studi sulle proporzioni, applicando quest'ultime nelle loro composizioni e realizzazioni artistiche ed architettoniche.

Da più parti si evidenzia che nella *Gioconda* possono essere individuati alcuni settori di forma rettangolare che si richiamano a quel principio: nelle dimensioni del volto, nell'area compresa tra il collo e la parte superiore delle mani, in quella che va dal prezioso ricamo del décolleté alla parte inferiore delle mani, ecc.. Marco Bussagli, saggista e storico dell'arte, in un suo articolo sulla *Gioconda* intitolato "Geometrie del sorriso" (Art e Dossier n°189, maggio 2003, ed. Giunti), ha affrontato in modo attento ed esaustivo il delicato argomento, attorno al quale però il dibattito accademico è ancora aperto e problematico. I poligoni di forma rettangolare sono definiti "aurei" perché possono presentare, in alcune loro parti, il rapporto aureo. Prendiamo atto di tale realtà. Va comunque evidenziato che le misure dei lati maggiore e minore della *Gioconda*, non stanno in rapporto di proporzione aurea. L'intera superficie dipinta non è dunque un rettangolo aureo che rispetti "alla lettera" le divine proporzioni, ritenute nei secoli canone assoluto di bellezza. Per soddisfare tale condizione, il rapporto fra la misura del lato maggiore (a) e quella del lato minore (b) del dipinto, avrebbe dovuto essere uguale al rapporto fra lato minore e il segmento ottenuto sottraendo quest'ultimo al lato maggiore, per la nota formula riferita al calcolo della sezione aurea ( $a/b = b/a-b$ ). Rapporti che devono poi dare per risultato il numero aureo "phi" ( $\phi = 1,618...$ ) su cui si basano le proporzioni rilevabili in molteplici campi, arte inclusa. Non è però il nostro caso. Neppure le dimensioni degli altri dipinti leonardeschi risultano riconducibili a dei rettangoli dalle auree proporzioni,

segno evidente che a Leonardo non interessava rispettare questa particolare condizione. Sappiamo anche che il lato di un pentagono regolare rappresenta la sezione aurea di una sua diagonale e che il punto di intersezione tra due diagonali, divide ciascuna di esse in due segmenti che stanno a loro volta nel rapporto aureo. Visto che in precedenza abbiamo equiparato la misura del lato maggiore del dipinto al lato di un ipotetico pentagono regolare, questo segmento costituisce al contempo anche la sezione aurea della diagonale di un pentagono regolare che tenga conto del numero aureo “phi”, per la formula (diagonale=lato x 1,618033...). La relazione che sussiste tra il lato e le due diagonali di uguale lunghezza che dalle sue estremità si dipartono per congiungersi al vertice opposto del poligono, consente di affermare che siamo in presenza di un triangolo aureo, cioè un triangolo isoscele avente due lati uguali in rapporto aureo con il terzo lato.<sup>10</sup> Il resto della figura pentagonale “viene completata da due ulteriori triangoli isosceli, di *proporzioni auree* ma invertite nelle parti, detti *gnomoni aurei* in quanto figure di completamento del pentagono.”.<sup>11</sup> (Fig. 14)

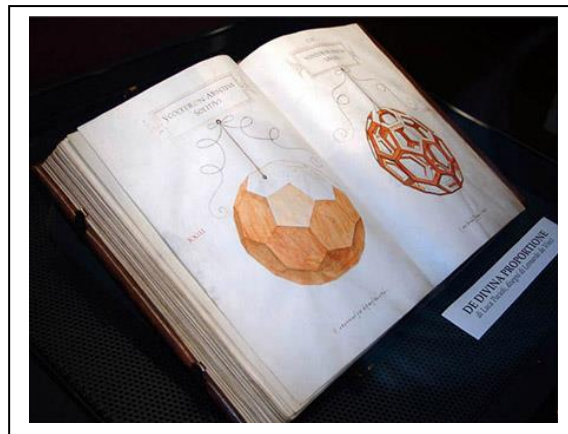


E così, partendo dalla misura del lato maggiore della *Gioconda* (stabilita da Leonardo in base ai suoi criteri di misura) e dal numero aureo “phi”, ci siamo presi la libertà di costruire idealmente un pentagono aureo completo, formato da tre triangoli isosceli aurei. Del resto è proprio dallo studio della geometria di questo poligono che è nata la definizione di “rapporto aureo”. Le stesse divagazioni leonardesche sui *ludi geometrici* prevedevano di poter calcolare l’area di una figura poligonale, suddividendo questa in più triangoli, sommando poi tra loro le singole aree. Un triangolo aureo può essere individuato anche in ciascuna delle cinque punte di un pentagramma (o stella a cinque punte), costruito esternamente al pentagono stesso prolungando le direttrici di ciascun lato, oppure al suo interno, tracciando le cinque diagonali. (Fig. 15)



Leonardo aveva realizzato per Pacioli ben sessanta incisioni raffiguranti suggestive figure di poliedri regolari policromi (tra cui il dodecaedro), destinate ad adornare il trattato *De divina proportion*e (1498). Questo

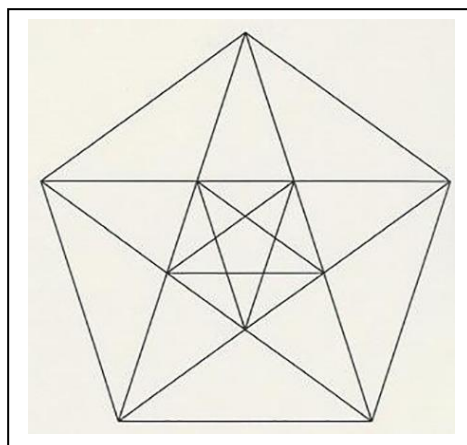
famoso testo è il risultato di una equilibrata commistione tra cosmologia platonica e geometria euclidea, rapportata allo studio dei solidi platonici; tra questi il famoso “dodecaedro vacuo” a dodici facce, costituite da pentagoni regolari che si incontrano ad ogni vertice a gruppi di tre. (Fig. 16)



Lo stesso Platone (IV sec. a.C.) nella sua opera *Timeo*, aveva eletto il dodecaedro a simbolo del buon governo e ravvedeva in esso la forma dell’universo, nonché l’emblema della perfezione del cosmo. La geometria euclidea di Pacioli era rapportata all’idea di una natura che ad essa si riconduce, formata da soli cinque elementi che stanno alla base di tutta la creazione. I poliedri dunque non possono essere che cinque, gli stessi indicati da Platone, cinque come i lati e gli angoli del pentagono o se vogliamo, come le punte del pentagramma che interagisce geometricamente con esso. Già noto a Pitagora e Platone, al dodecaedro fu riconosciuta la presenza della “quintessenza” che componeva i corpi celesti e l’anima. La geometria del pentagono che introduce alla “sezione aurea”, sinonimo di armonia e di bellezza, era tanto ammirata dagli antichi filosofi ed architetti da ritenerla una sorta di manifestazione divina, condizione che si incentrava particolarmente sulla figura del “pentagramma” o stella pentagonale a cinque punte, detta anche “pentacolo”. I Pitagorici (VI sec. a.C.) assunsero questo simbolo magico (che in origine non ricopriva un significato negativo) derivato dal pentagono, come loro segno distintivo di riconoscimento. In esso scorgevano l’unione del principio maschile e femminile (altro elemento da accostare cautamente all’artista vinciano). Simbolo sacro di armonia, il pentacolo era legato al culto della dea pagana Venere, incarnazione della forza, della bellezza e della sessualità mistica. In ambito astronomico, ogni otto anni (periodo sinodico) il pianeta Venere descrive nello zodiaco un disegno simile ad un pentagramma, detto appunto “pentagramma di Venere”. Tale simbolo, se le attribuzioni ad esso conferite sono corrette, compare già in alcune antiche forme di scrittura ideografica rinvenute ad Uruk in Mesopotamia (terzo millennio a. C.), su due crateri etruschi (VII sec. a.C.) ed altri reperti archeologici. (Fig. 17)



L'interscambio diretto tra il pentagono e la stella a cinque punte (pentagono stellato) presenta infine un aspetto davvero intrigante: al centro del pentagramma inscritto nel pentagono si forma un nuovo pentagono rovesciato; tracciando le cinque diagonali al suo interno, otteniamo un'altra stella a cinque punte che ospita a sua volta un pentagono più piccolo, e così via dicendo. Una sequenza di figure geometriche che si alternano all'infinito, dando luogo di volta in volta a stelle e pentagoni sempre più piccoli, con la punta di quest'ultimi che cambia di verso tra alto e basso. Un particolare così affascinante che non può essere sfuggito agli occhi attenti di Leonardo. (Fig. 18)



Per la tradizione pagana, le cinque punte del pentagramma inscritto nel pentagono, simboleggiano i cinque elementi metafisici: terra, acqua, aria, fuoco (esposti da Empedocle) e lo spirito o quintessenza (aggiunto da Pitagora). Secondo Heinrich Cornelius Agrippa (1486-1535) alchimista, astrologo, filosofo tedesco, il pentacolo è una rappresentazione del microcosmo (che Leonardo nei suoi scritti definiva *"mondo minore"* rapportandolo alla dimensione umana) e del macrocosmo (la Terra, o più in generale il cosmo stesso) in quanto combina in un unico segno tutta la creazione. Ritroviamo il simbolo del pentagramma anche in ambito massonico, accompagnato da compasso ed altri particolari oggetti. Ma forse non è il caso di far riaffiorare, in un contesto per altro improprio, la delicata questione di un'eventuale appartenenza o semplice intesa di Leonardo con qualche sorta di setta o accolta segreta, già messa definitivamente alla berlina dagli esperti leonardisti. Del resto, poche parole scritte alla rovescia in un suo promemoria: «Trova ingil [=Ligny] e dilli che tu l'aspetti amorra [=a Roma] e che tu andrai con seco ilopanna [=a Napoli].»<sup>12</sup> e un improbabile viaggio a Roma e Napoli in missione speciale, non bastano certo a fare del nostro eclettico artista una sorta di "agente segreto" ante litteram.

Possiamo concludere dicendo che in mancanza di fonti certe, sarà quasi impossibile svelare ciò che le misure della *Gioconda* realmente nascondono. Pare comunque assai probabile che queste siano state calcolate da Leonardo tenendo ben presenti i rapporti proporzionali che sussistono tra il lato e l'apotema del pentagono. Se al dato dell'anno di nascita 1,452 Leonardo potrebbe aver legato il proprio nome (nonostante permanga ancora qualche dubbio sulla reale validità di questo numero in base ai calcoli effettuati ed alle tabelle consultate) alla figura del pentagono pare aver affidato significati di diversa natura, magari scelti tra quelli qui evidenziati, incluse le "auree" armonie geometriche tanto care all'artista. Si tratta di semplici supposizioni ma tutto questo, per chi volesse coglierlo, pare già scritto sul volto della dama ritratta. Un autorevole critico e filosofo dell'arte, René Huyghe (1906-1997), per molto tempo curatore del Dipartimento di pittura del Museo del Louvre, ha sostenuto quanto segue: *"La Gioconda è il risultato di una deduzione: ogni tratto del viso o del paesaggio, tutto (persino il chiaroscuro ed anche il sorriso) è calcolato."* Ma lui non sapeva che il calcolo del geniale artista vinciano era iniziato ancor prima di intingere il pennello nel colore.



## Didascalie delle immagini

Fig. 1 – Leonardo da Vinci. La *Gioconda*, nota anche come *Monna Lisa* (particolare). 1503-1514 circa. Dipinto ad olio su tavola di pioppo. Museo del Louvre. Parigi.

Fig. 2 – Leonardo da Vinci. *Figure geometriche e disegno botanico* (particolare di un poligono regolare), (1487-1490), disegno a penna e china, Ms. B2173, fol. 14 r, Bibliotheque de l'Institut de France, Parigi.

Fig. 3 – Leonardo da Vinci. *Disegno geometrico* (pentagono). Codice Atlantico.

Fig. 4 – Jacopo de' Barbari (attribuito). *"Ritratto di Luca Pacioli"*. 1500 circa. Olio su tavola. Museo Nazionale di Capodimonte, Napoli.

Fig. 5 – Formula del numero fisso del pentagono.

Fig. 6 – Formula della lunghezza dell'apotema rispetto al lato.

Fig. 7 – Formula lunghezza del lato rispetto all'apotema..

Fig. 8 – Leonardo da Vinci. *Studi di geometria euclidea*. Codice Forster, I, (f. 7).

Fig. 9 – Leonardo da Vinci. *"Cinque poligoni regolari platonici"*. Ms, M, 80v, Bibliotheque de l'Institut de France, Parigi.

Fig. 10 – Leonardo da Vinci. *Studi di geometria solida e poliedri*. (1505). Codice Forster I, (f. 13r).

Fig. 11 – Leonardo da Vinci. *Studi di geometria solida e poliedri*. (1505). Codice Forster I, (f. 13v).

Fig. 12 – Leonardo da Vinci. *Uomo vitruviano*. 1490. Accademia delle Belle Arti, Venezia. (n. inv. 228 r).

Fig. 13 – Carlo Urbino. *Disegni di proporzioni del corpo umano*. New York, Pierpont Morgan Library, foglio 7.

Fig. 14 – Triangolo aureo e "gnomoni aurei" nel pentagono.

Fig. 15 – Triangoli aurei nelle punte del pentagramma.

Fig. 16 – Luca Pacioli. *De Divina Proportione*. (1498). Data di pubblicazione 1 giugno 1509.

Fig. 17 – Fedor Bronnikov. *I Pitagorici celebrano il sorgere del Sole*. (1869). Tretyakov Gallery, Mosca, Russia.

Fig. 18 – Sequenza di pentagrammi e pentagoni inscritti gli uni negli altri.

## Note con rimando automatico al testo

1 Il Tirreno, domenica 25 settembre 2011, p.27. <http://iltirreno.gelocal.it/regione/2011/09/25/news/nelle-misure-della-gioconda-nascosto-un-altro-mistero->

2 Numero decimale illimitato non periodico, il cui valore è generalmente approssimato alla terza cifra decimale.

3 Dall'articolo di Marco Filoni *"Privi di senso, eppur connessi. O no?"*. [barweb@repubblica.it](mailto:barweb@repubblica.it), "il venerdì", 6 febbraio 2015.

4 M. Baxandall, *Pittura ed esperienze sociali nell'Italia del Quattrocento*, Einaudi, 1978, p. 92.

5 In matematica, facendo il rapporto tra due misure, siano esse espresse in centimetri, braccia, piedi, pollici, ecc., il numero che si ottiene è sempre un numero “puro”, cioè un numero non legato al sistema di misura adottato. Nel caso specifico, se si divide 77 cm. con 53 cm.=1,452, si semplifica l'unità di misura in centimetri al numeratore con quella al denominatore della frazione e resta appunto il numero 1,452 senza riferimento a misure di sorta.

6 Ampliando il ragionamento, il numero 2 che compare nella terza cifra decimale del numero 1,452 (cioè come millesimo), è troppo piccolo e viene coperto dall'errore di misura che esiste sempre in queste cose. Occorrerebbe in teoria procedere con una misura effettuata per mezzo di uno strumento più preciso del centimetro, in dotazione solo ad un laboratorio ben attrezzato, una misurazione con errore dell'ordine dei 100 micron. In tal caso, se il numero fosse esattamente quello, avvalorerebbe la probabilità che Leonardo sia giunto a quel risultato in modo geometrico e che il dato non sia da ritenersi casuale.

7 P. C. Marani, *Leonardo-La Gioconda*. Art Dossier, inserto allegato al n° 189, maggio 2003, Giunti Editore S.p.A., Firenze, pp. 9, 35. P.C. Marani, *Leonardo, una carriera di pittore*. Federico Motta Editore, Milano, 2003, p. 339.

D. Sassoon, *Il mistero della Gioconda*. Rizzoli, Milano, 2006, p. 21.

F. Zöllner, *Leonardo da Vinci, tutti i dipinti e disegni*. Taschen, 2007, p. 154.

8 Blais, F., Taylor, J., Cournoyer, L., Picard, M., Borgeat, L., Godin, G., Beraldin, J.-A., Rioux, M., Lahanier, C., Mottin, B., *More than a Poplar Plank: the Shape and Subtle Colors of the Masterpiece Mona Lisa by Leonardo*, published at The IS&T/SPIE's Annual Symposium on Electronic Imaging. Videometrics IX 9E1103. January 29-30, 2007. San Jose, California, USA. NRC 48799-National Research Council of Canada.”.

**The physical dimensions of the poplar panel are 79.4 cm x 53.4 cm**, at a 3D sampling resolution of 60 µm (0.06 mm): this corresponds to an image of 12800 × 8800 pixels or the equivalent of a 113 million pixels camera. By comparison, current high-end consumer market digital cameras are limited to 14 million pixels. The complete 3D model of the Mona Lisa consists of 330 million 3D polygons, the basic geometrical primitive used by 3D graphic processor boards for rendering. By comparison, most current 3D models are limited to only a few million polygons.

9 A. Perissa Torrini, *L'enigma dell'uomo armonico*, Arte dossier, numero 256, giugno 2009, Giunti editore, Firenze, p. 69.

10 Condizione valida solo per i triangoli ricavabili dal pentagono.

11 Per approfondire eventualmente l'argomento consultare il seguente link:  
[http://it.wikipedia.org/wiki/Triangolo\\_aureo](http://it.wikipedia.org/wiki/Triangolo_aureo)

12 C. Pedretti, *“LEONARDO & IO”*, Arnoldo Mondadori Editore S.p.A., Milano, 2008, p. 16.

**Copyright © 2015 Fogli e Parole d'Arte. Tutti i diritti riservati.**

**Joomla! è un software libero rilasciato sotto licenza GNU/GPL.**